پروژه ی کامپیوتری دوم ؛ سیگنال ها و سیستم ها

محمد سلمانی

شماره دانشجویی : ۸۱۰۳۹۸۰۸۳

استاد جمال کزازی

بخش اول :

سری فوریه سیگنال های حقیقی

۱-۱)

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T_0}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n t}{T_0}\right) \right)$$

از دو طرف معادله $\cos mx$ ضرب می‌کنیم تا a_n ها به دست آید. با توجه به روابط تعامد داریم :

$$\int_0^{\pi} \cos mx \cos nx = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ \frac{\pi}{2} & n = m \end{cases} \qquad \int_0^{\pi} \sin nx \cos mx \, dx = 0$$

$$\int_0^{\pi} \sin nx \sin mx \, dx = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \frac{\pi}{2} & m = n \end{cases}$$

بنابراین :

$$\int_0^{T} x(t) \cos mx = \int_0^{T} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T_0}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n t}{T_0}\right) \right] \cos mx$$

$$\rightsquigarrow a_n = \frac{2}{T} \int_0^{T} x(t) \cos\left(\frac{2\pi n t}{T_0}\right)$$

همینطور برای به دست آوردن b_n باید دو طرف را در $\sin(mx)$ ضرب کرد، سپس از روابط تعامد استفاده کرد.

$$\int_0^{T} x(t) \sin(mx) = \int_0^{T} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T_0}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n t}{T_0}\right) \right] \sin mx$$

$$\rightsquigarrow b_n = \frac{2}{T} \int_0^{T} x(t) \sin \frac{2\pi n t}{T_0}$$

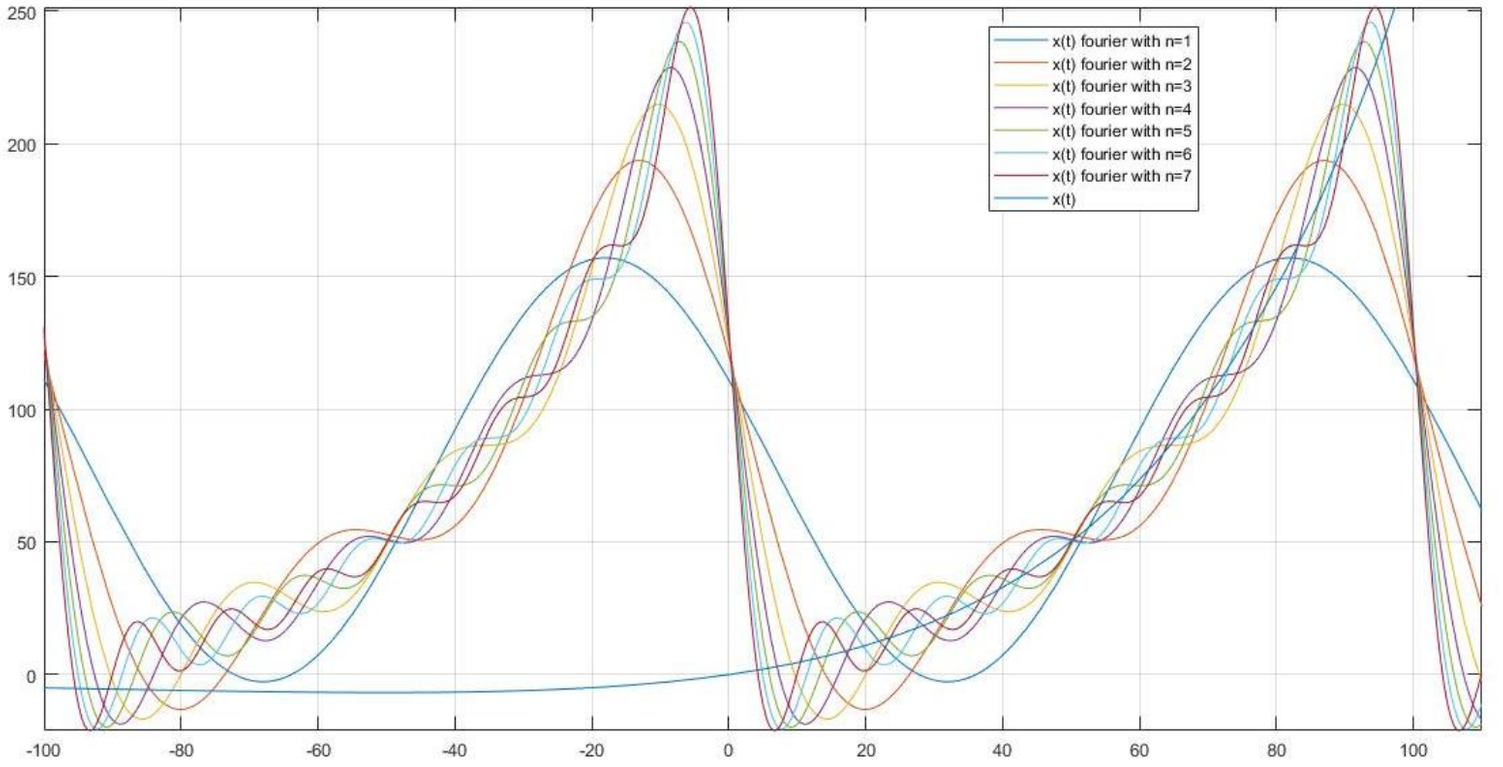
۱-۲)

یافتن ضرایب سری فوریه و رسم سری فوریه برای چهار سیگنال

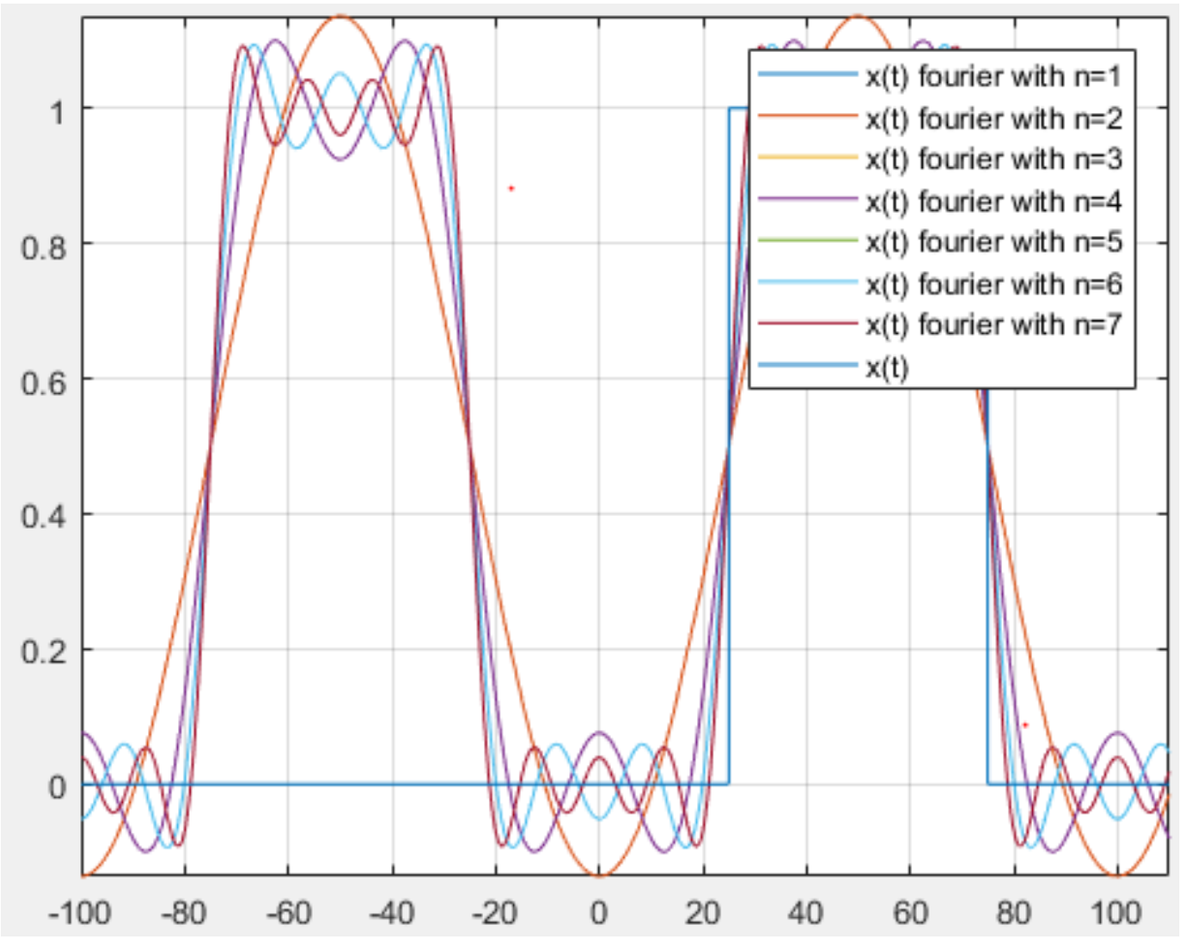
برای محاسبه ی ضرایب سری فوریه یک سیگنال از فرمول های مربوط به an , bn , a0 استفاده میکنیم. به این دلیل که سری فوریه این سیگنال ها تا n=7 باید محاسبه شود با استفاده از حلقه for ، an ها و bn ها را تا n=7 محاسبه میکنیم.

سپس با یک حلقه تکرار دیگر برای n=1:7 سری فوریه را رسم میکنیم.

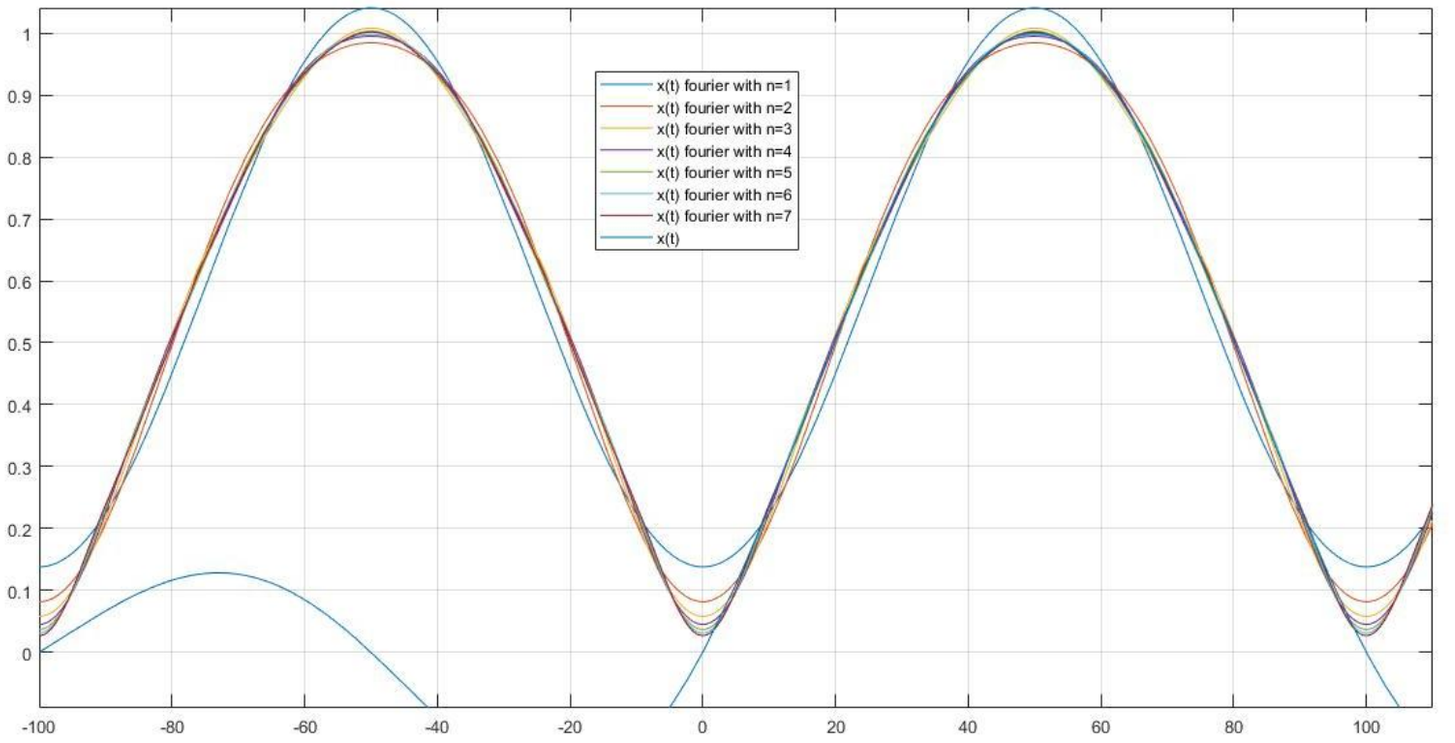
(a



(b



(c



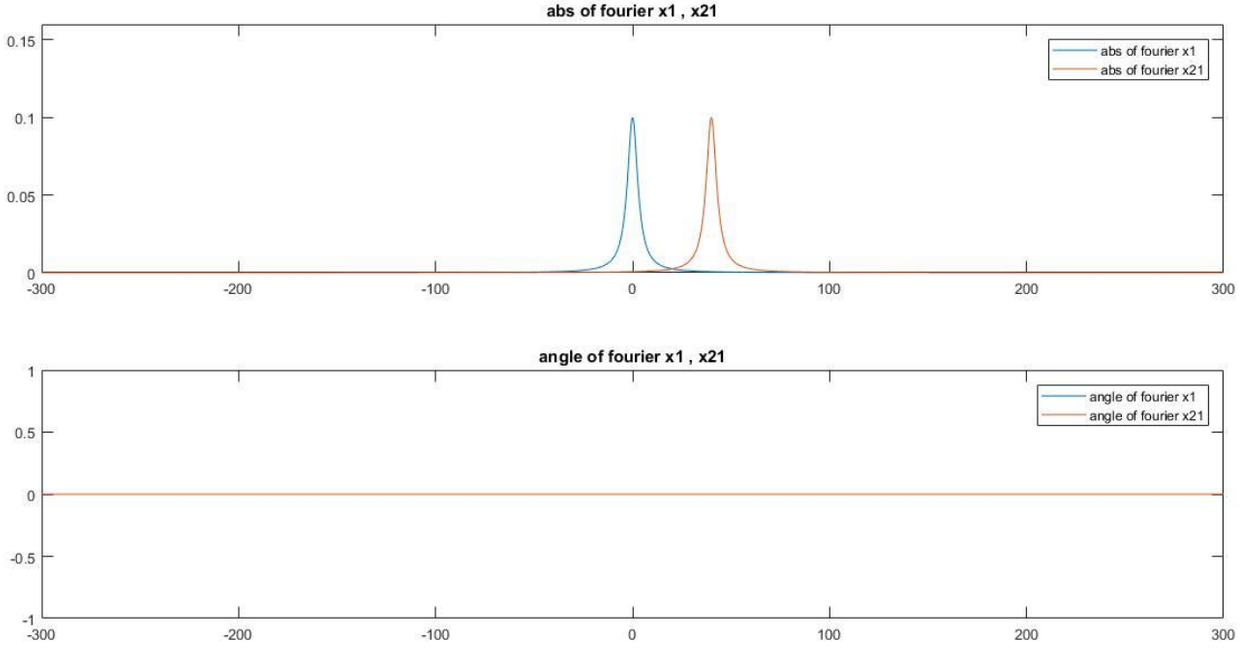
با توجه به سنگین بودن کد هایی که داخل آن ها تابع rectangular موجود است ، به گذاشتن کد برنامه ی قسمت d اکتفا کرده و از اجرای برنامه ی آن صرف نظر نمودم .

بخش دوم :

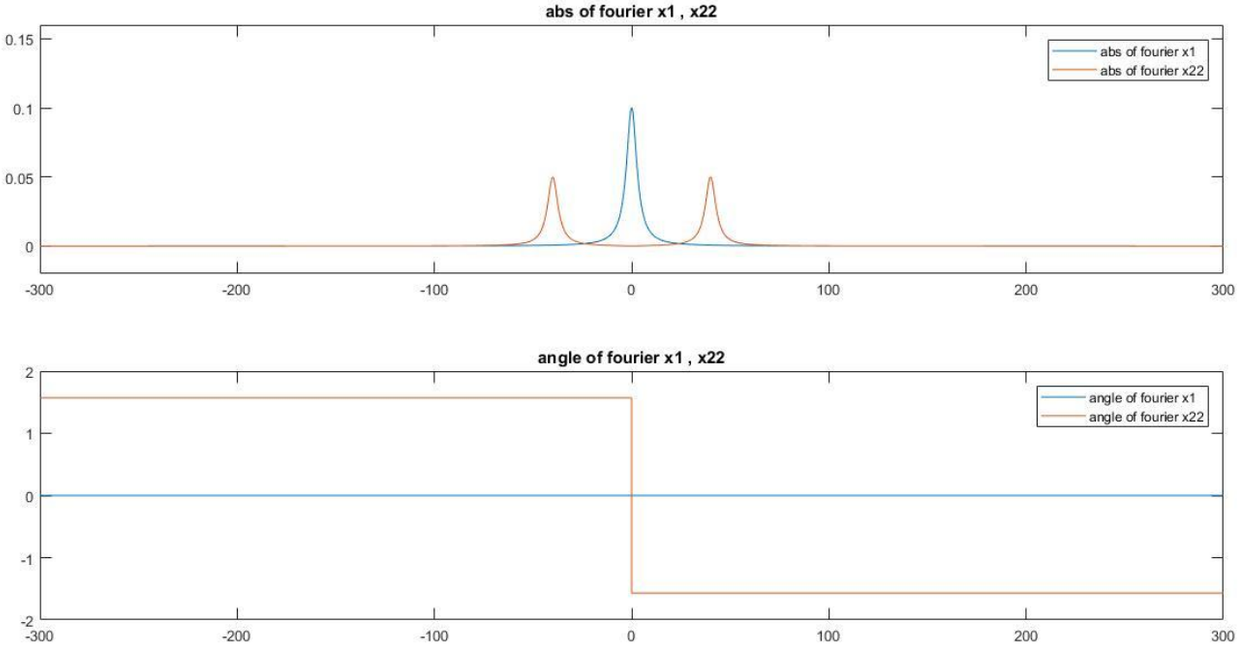
با استفاده از دستور fourier برای چهار قسمت خواسته شده تبدیل فوریه هر دو زوج تابع و زاویه دو تابع را رسم میکنیم .

۲-۱)

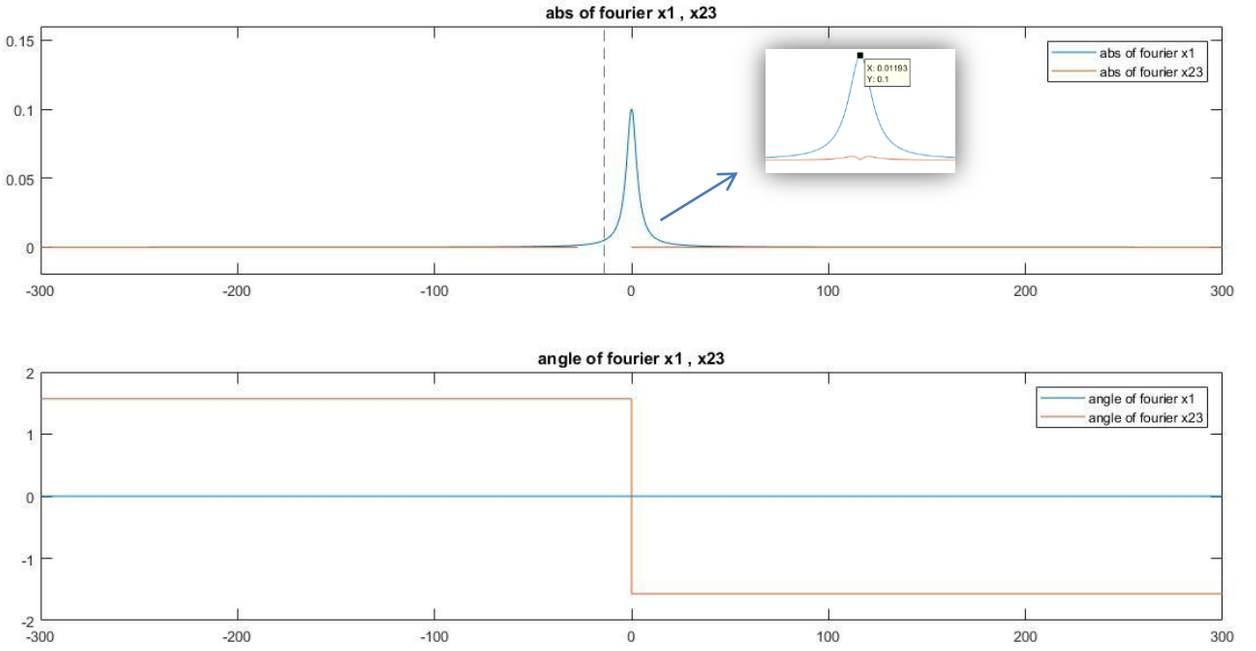
زاویه بدون تغییر میماند اما اندازه تبدیل فوریه ، شیفت میخورد.



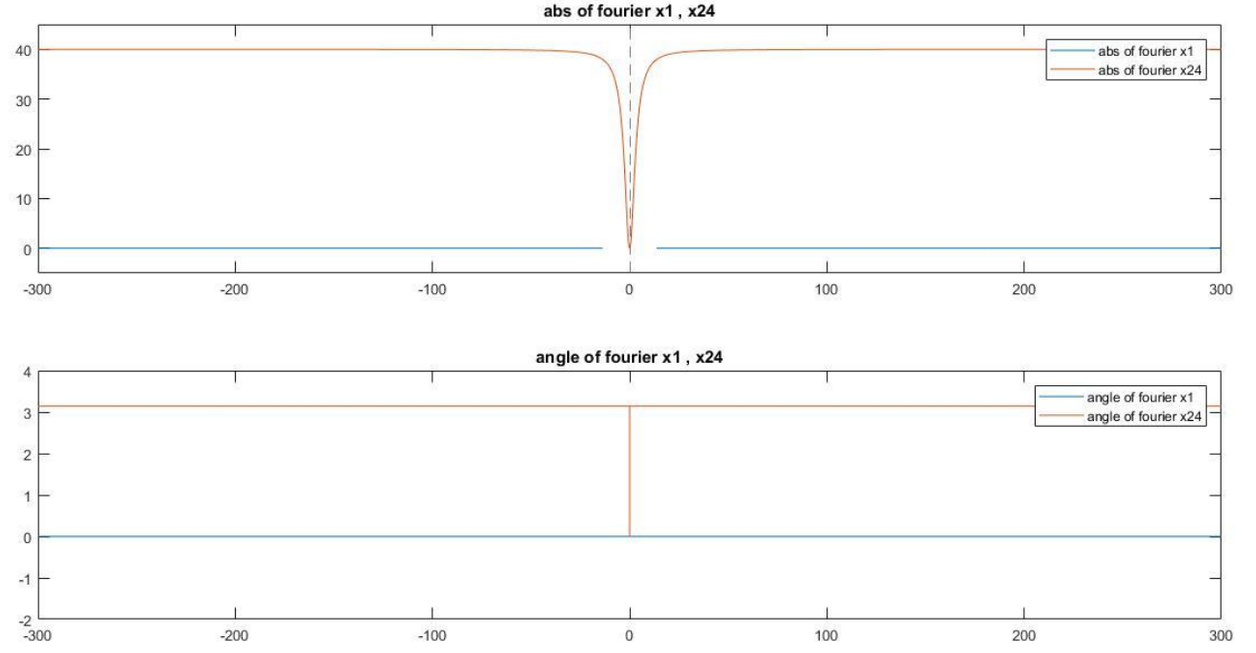
فاز تابع در نقطه ی صفر قرینه میشود ، همچنین با توجه به این که تابع سینوس از دو تابع نمایی تشکیل شده ، دو بار شیفت میخورد و هر دو نصف میشود.



فاز تابع در نقطه ی صفر قرینه میشود ، با ضرب **t** در تابع ، تبدیل فوریه آن تبدیل به مشتق تبدیل فوریه میشود.

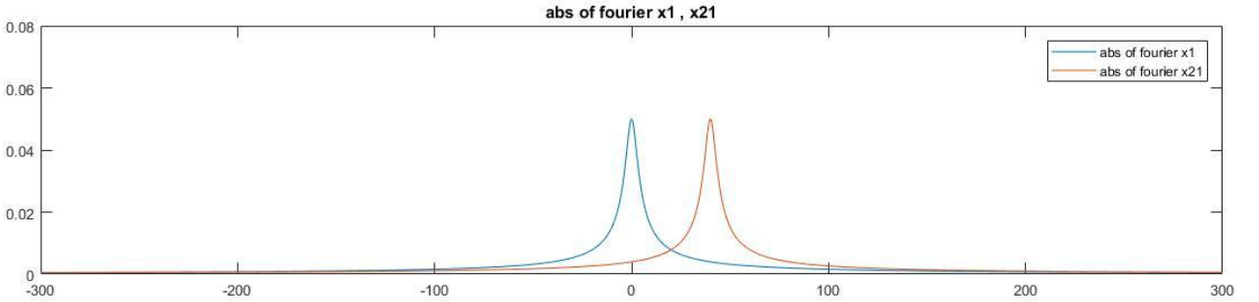


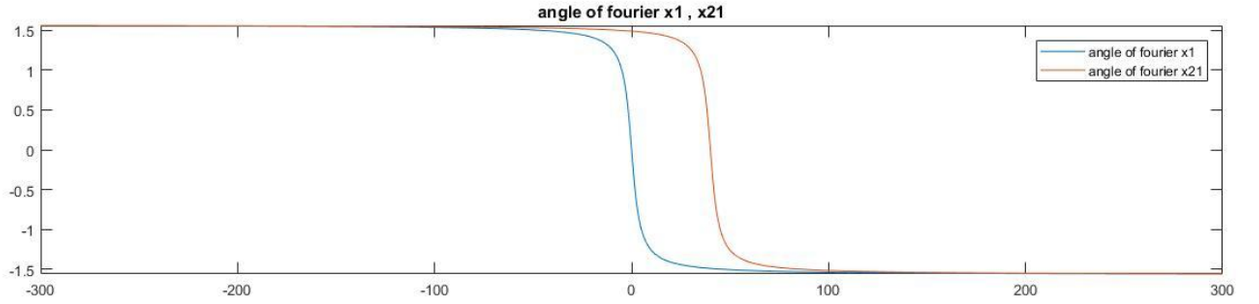
با هر بار مشتق گیری از تابع یک **jw** در تبدیل فوریه ضرب میشود. با ضرب دو بار **jw** در تبدیل فوریه اندازه تبدیل فوریه به شکل زیر در می آید



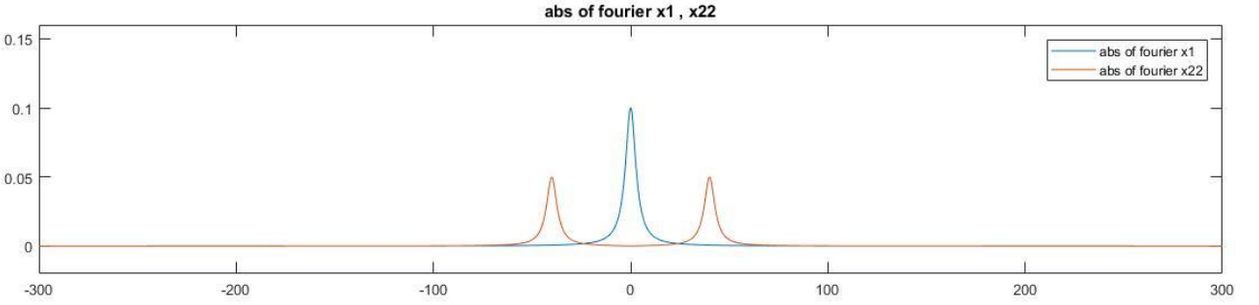
(۲-۲

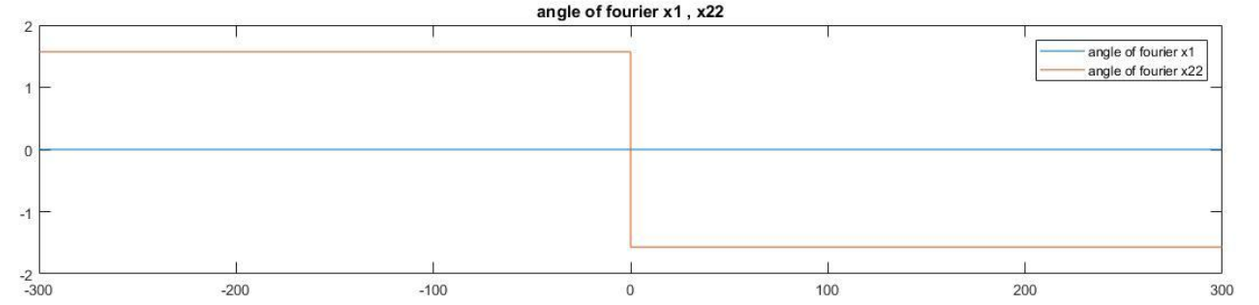
تبدیل فوریه به سمت راست شیفت میخورد.



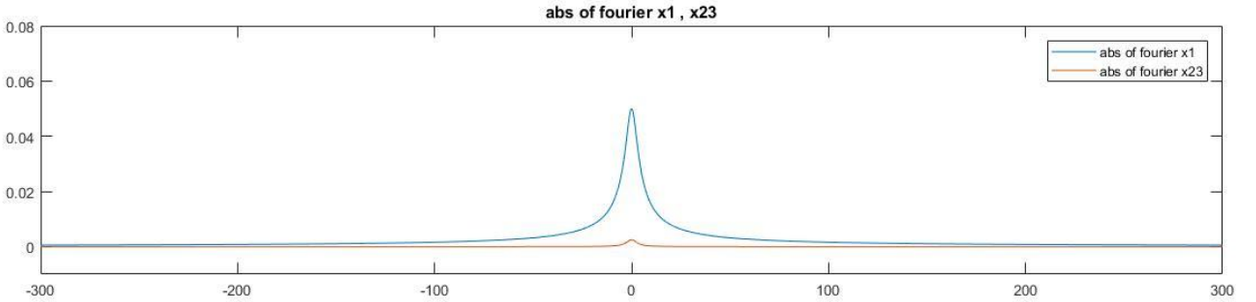


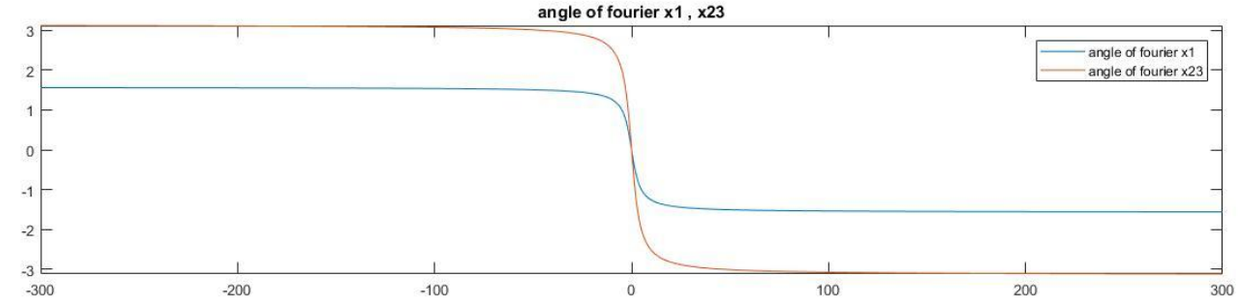
فاز تابع در نقطه ی صفر قرینه میشود ، همچنین با توجه به این که تابع سینوس از دو تابع نمایی تشکیل شده ، دو بار شیفت میخورد و هر دو نصف میشود.



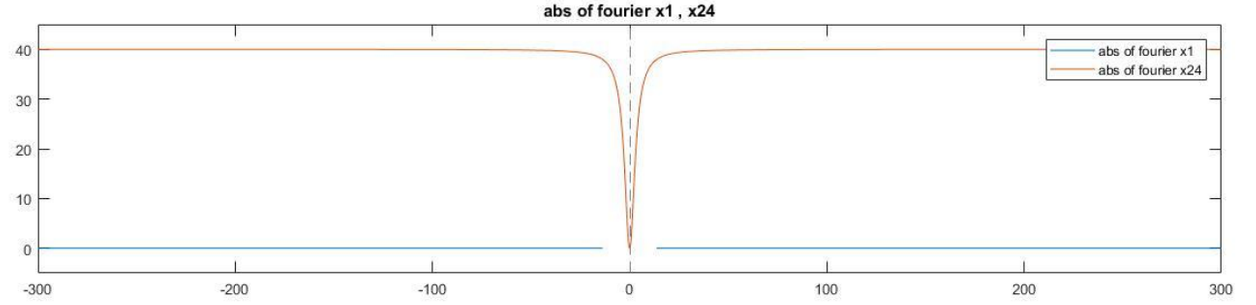


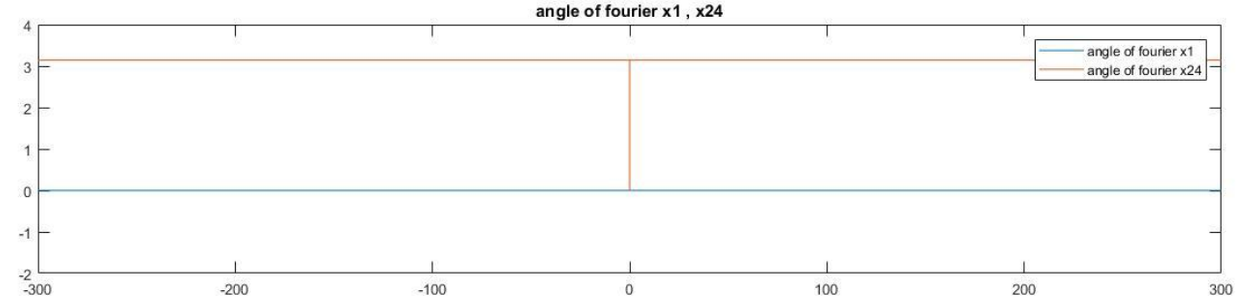
با ضرب t در تابع ، تبدیل فوریه آن تبدیل به مشتق تبدیل فوریه میشود.





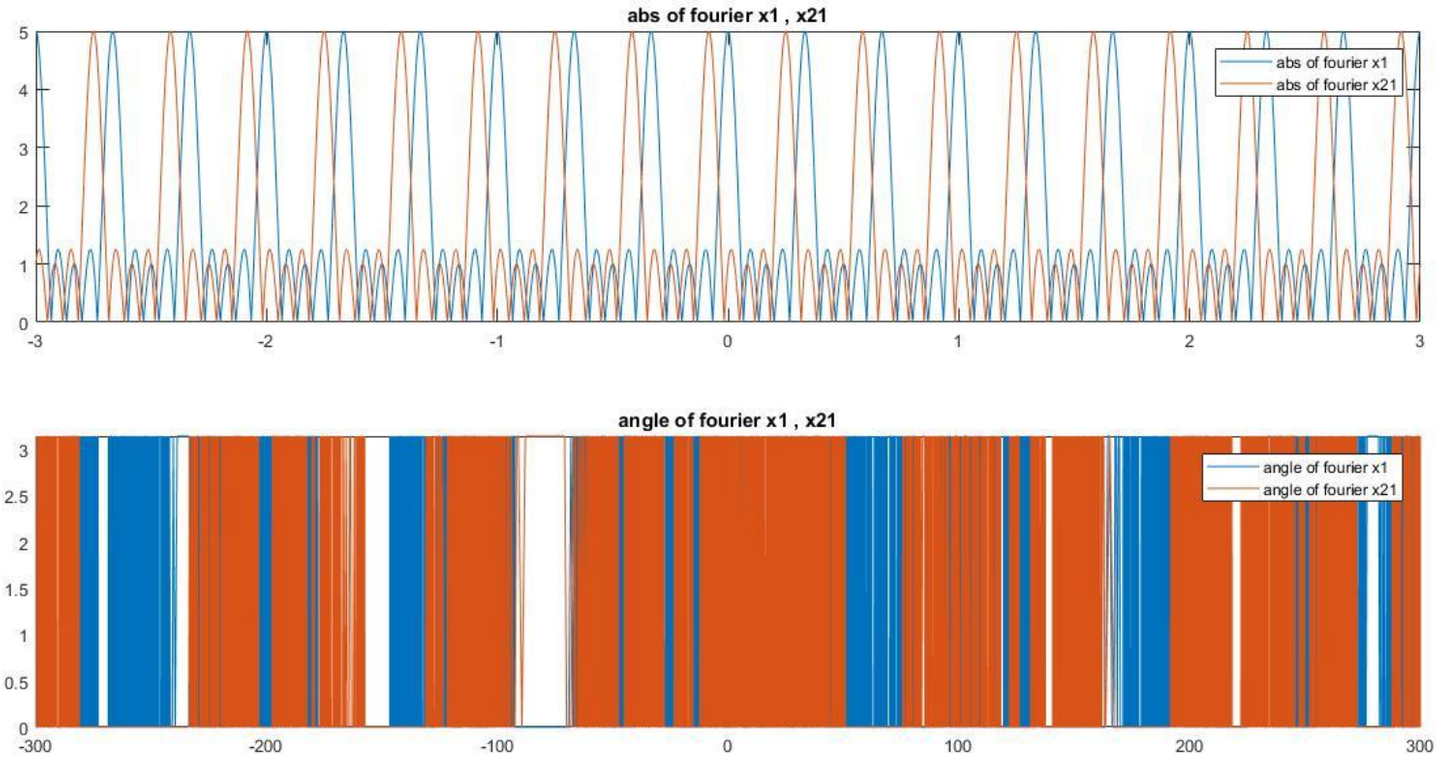
با هر بار مشتق گیری از تابع یک **jw** در تبدیل فوریه ضرب میشود. با ضرب دو بار **jw** در تبدیل فوریه اندازه تبدیل فوریه به شکل زیر در می آید



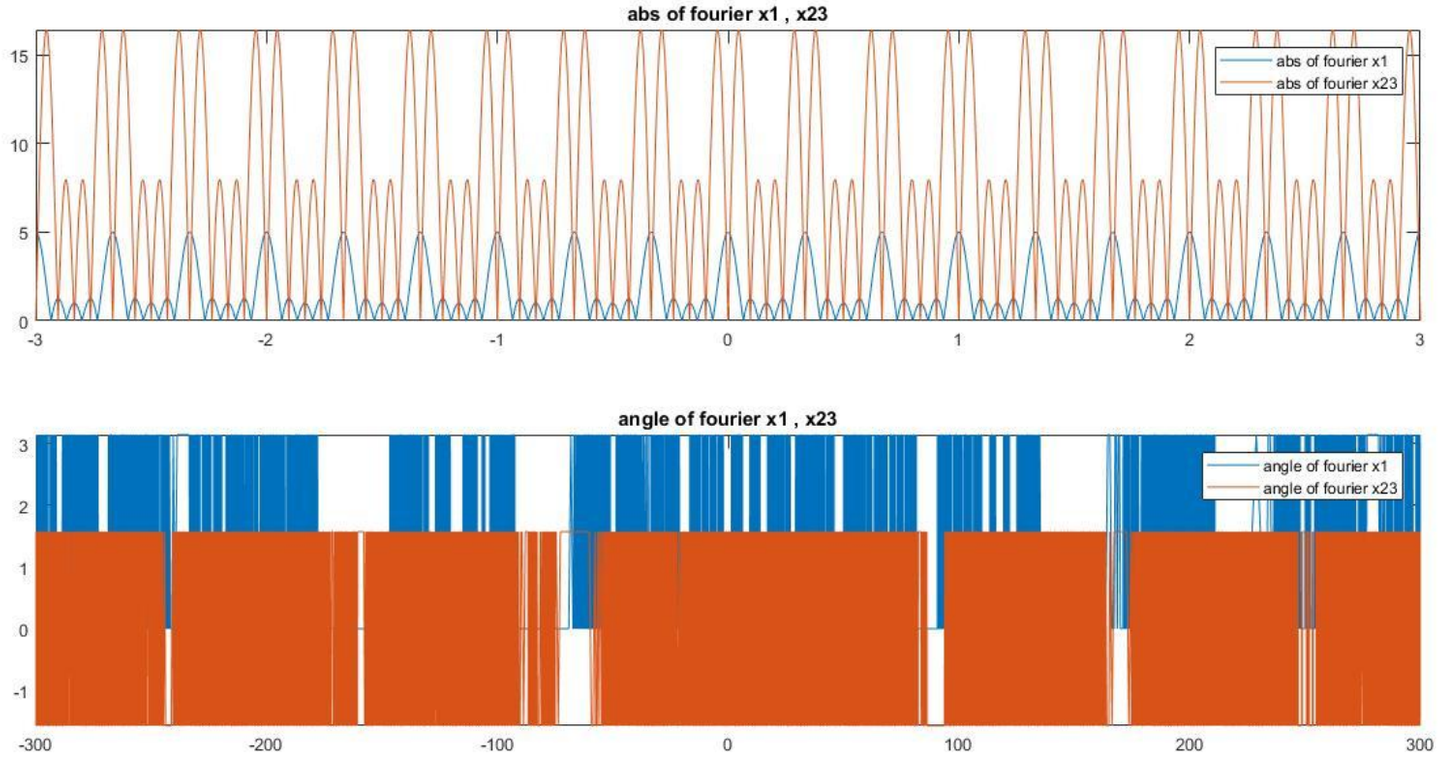


۲-۳)

با ضرب تابع نمایی ، قطار ضربه شیفت میخورد که در شکل قابل مشاهده است

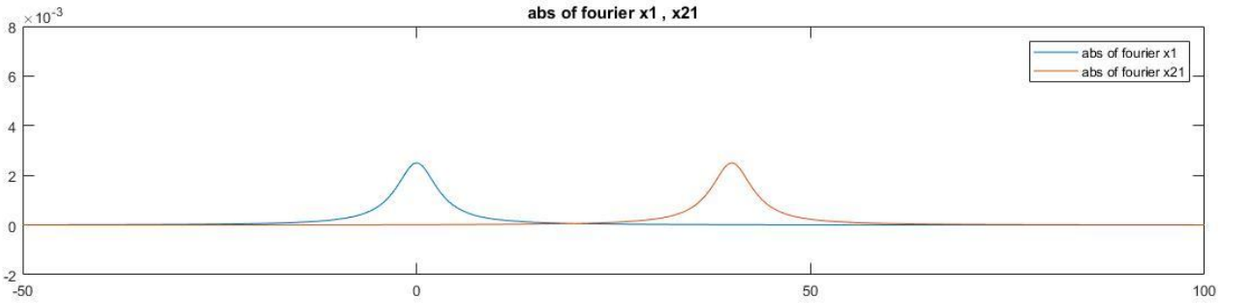


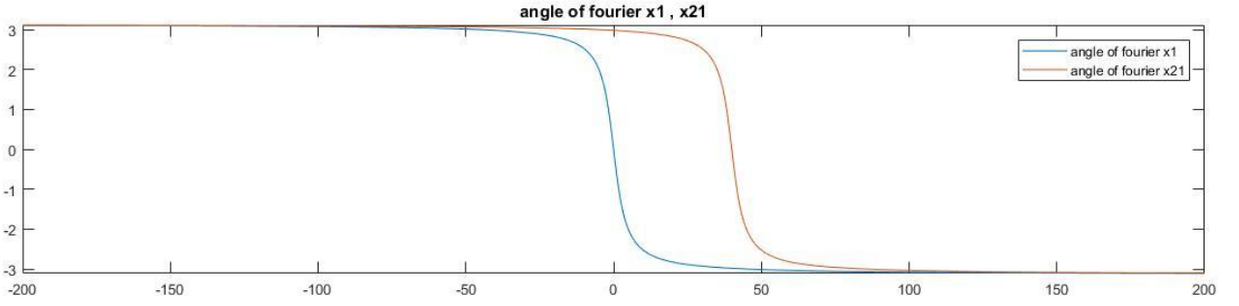
با ضرب t در تابع ، تبدیل فوریه آن تبدیل به مشتق تبدیل فوریه میشود.



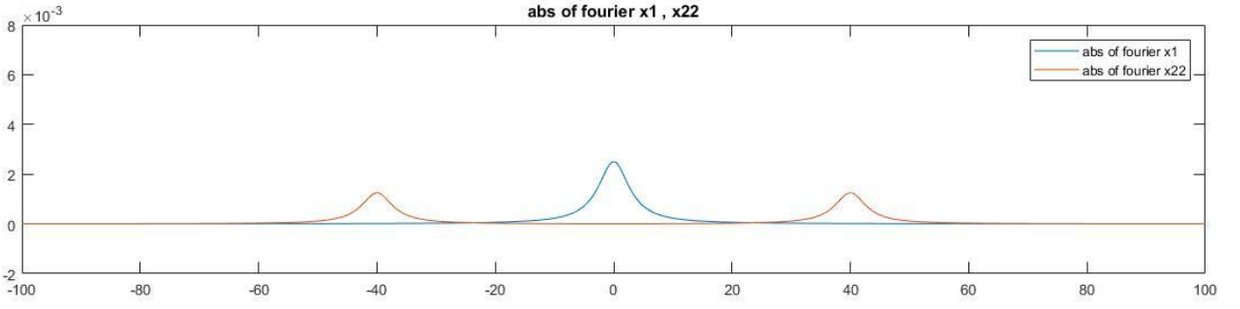
(۴-۲

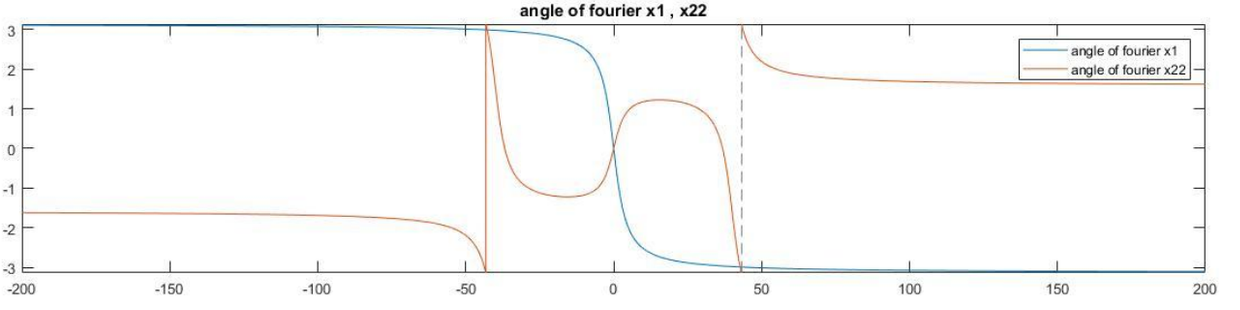
تبدیل فوریه به سمت راست شیفت میخورد.



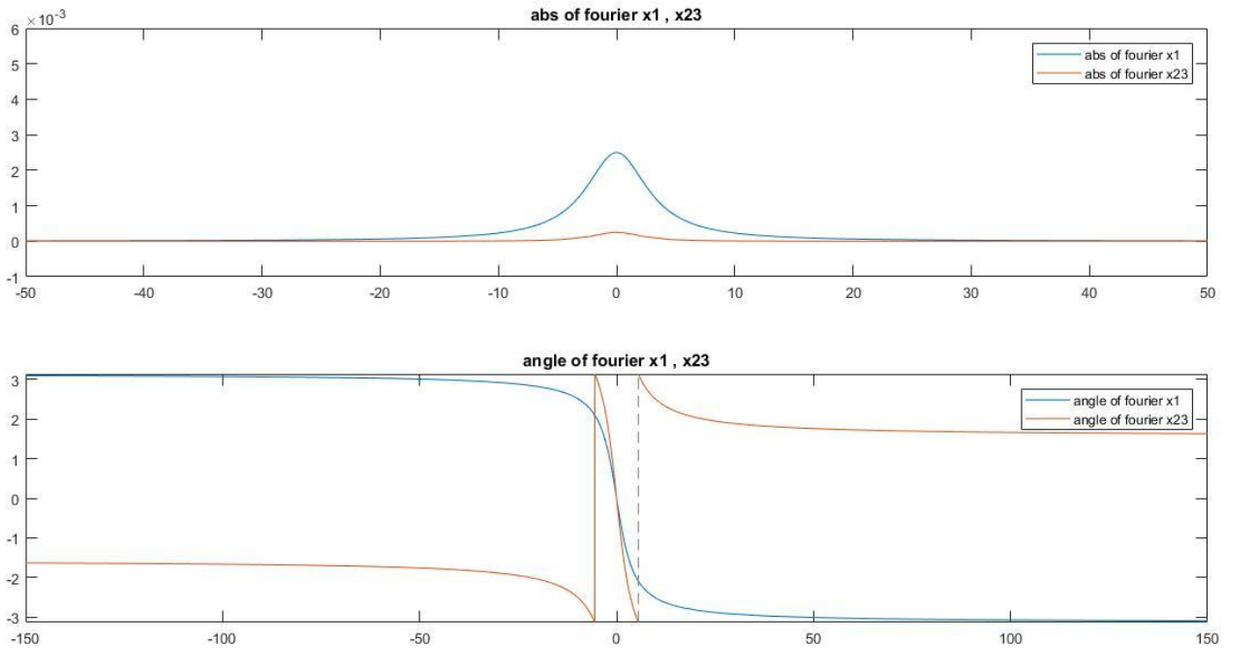


با توجه به این که تابع سینوس از دو تابع نمایی تشکیل شده ، دو بار شیفت میخورد و هر دو نصف میشود.

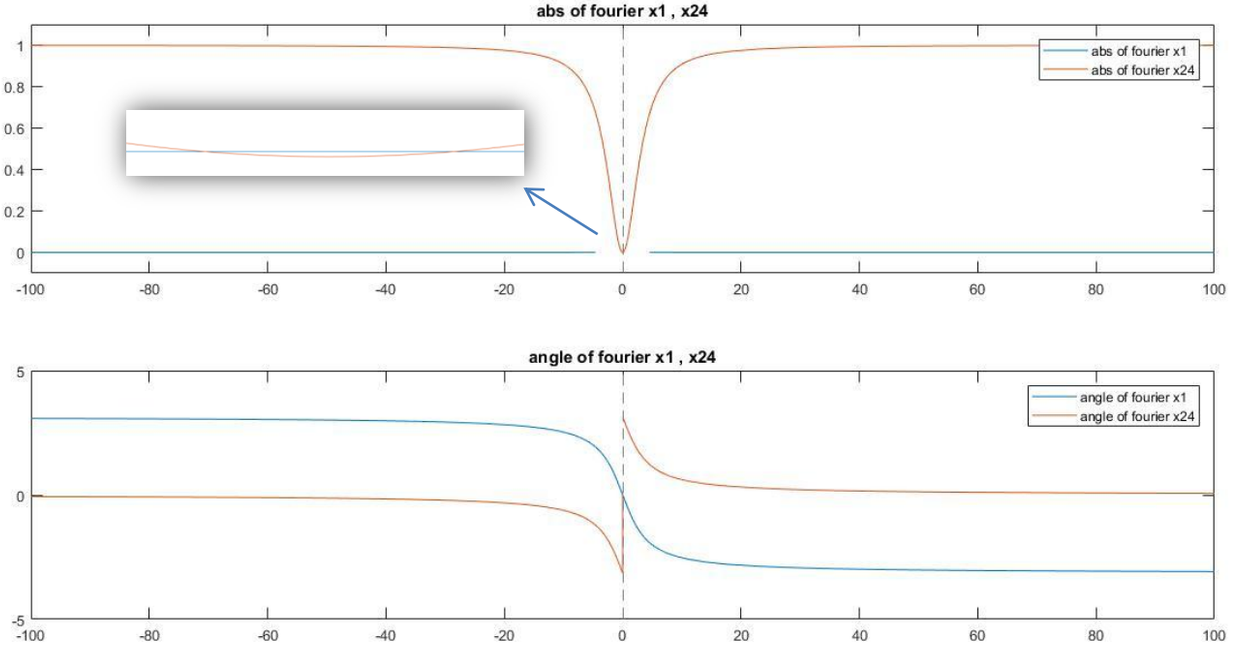




با ضرب t در تابع ، تبدیل فوریه آن تبدیل به مشتق تبدیل فوریه میشود.



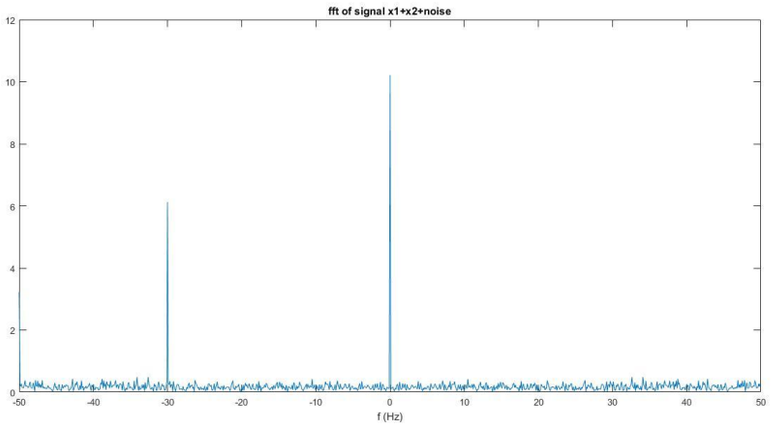
با هر بار مشتق گیری از تابع یک **jw** در تبدیل فوریه ضرب میشود. با ضرب دو بار **jw** در تبدیل فوریه اندازه تبدیل فوریه به شکل زیر در می آید



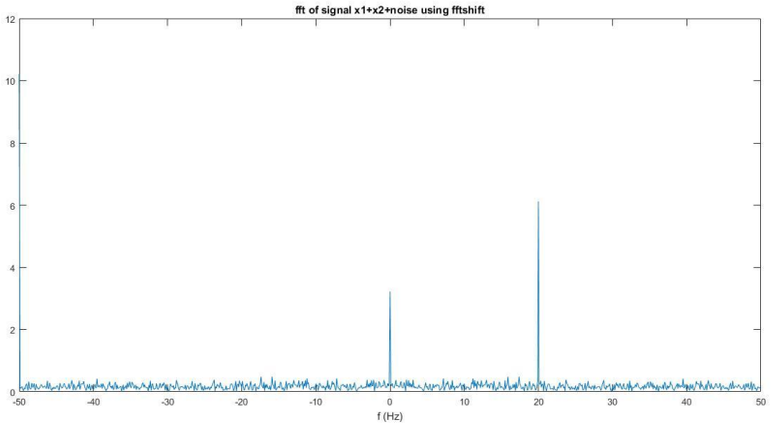
بخش سوم :

فرکانس Fs را برابر صد در نظر میگیریم . دوره تناوب برابر0.01 خواهد بود. حالا با طول گام یک صدم ، از x1 x2 , نمونه برداری میکنیم . سپس یک تابع نرمال با میانگین و انحراف معیار خواسته شده تولید میکنیم و به عنوان یک نویز با توابع x1 , x2 جمع میکنیم .

با تقسیم کردن بر طول آرایه ی نهایی به دست آمده ، ان را نرمال میکنیم . سپس با تابع fft آن را تبدیل به فرنکانس میکنیم .



همانطور که میبینید ، شکل دوم با استفاده از تابع fftshift به مبدا منتقل شده است.



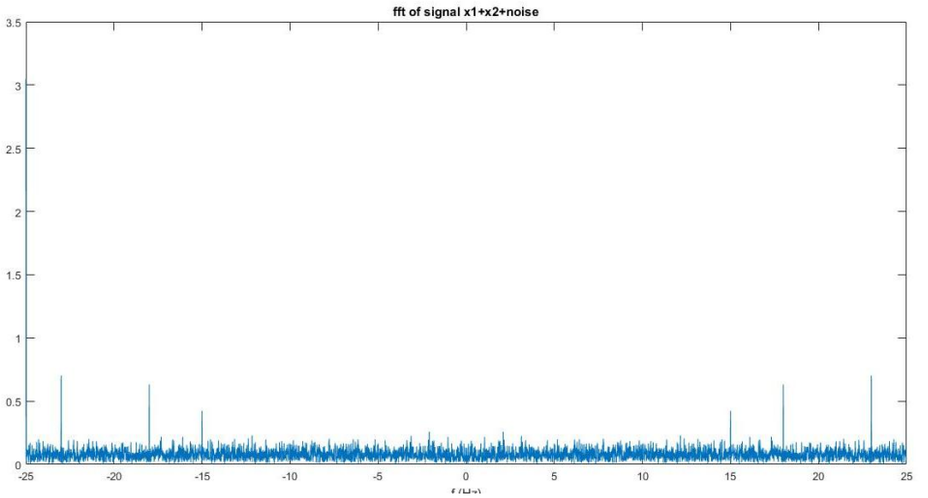
الف)

با توجه به شکل روی فرکانس های ۰ و ۲۰ هرتز تابع دارای بیشترین مقدار است

(۳-۳

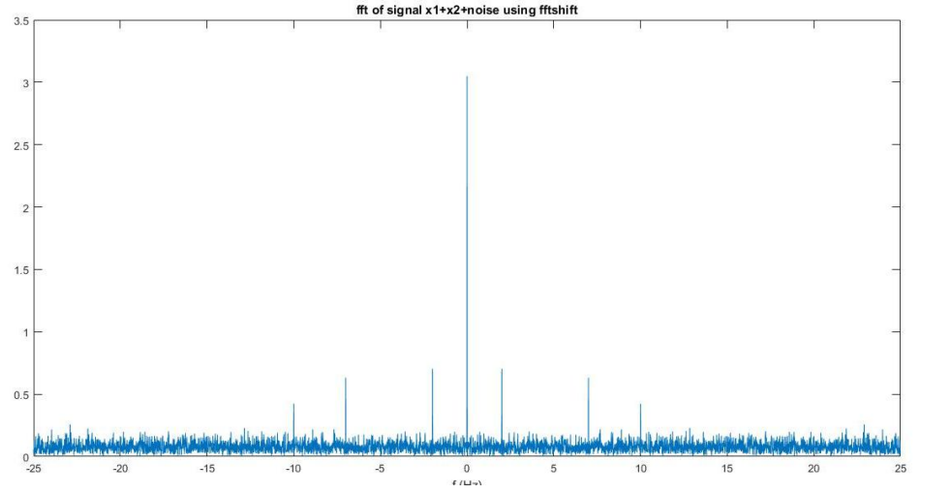
داده های در اکسل را داخل متلب بارگذاری میکنیم و مانند بخش قبل به محاسبه fft , fftshift و همینطور رسم آنها و رسم داده های اکسل را زمان میپردازیم.

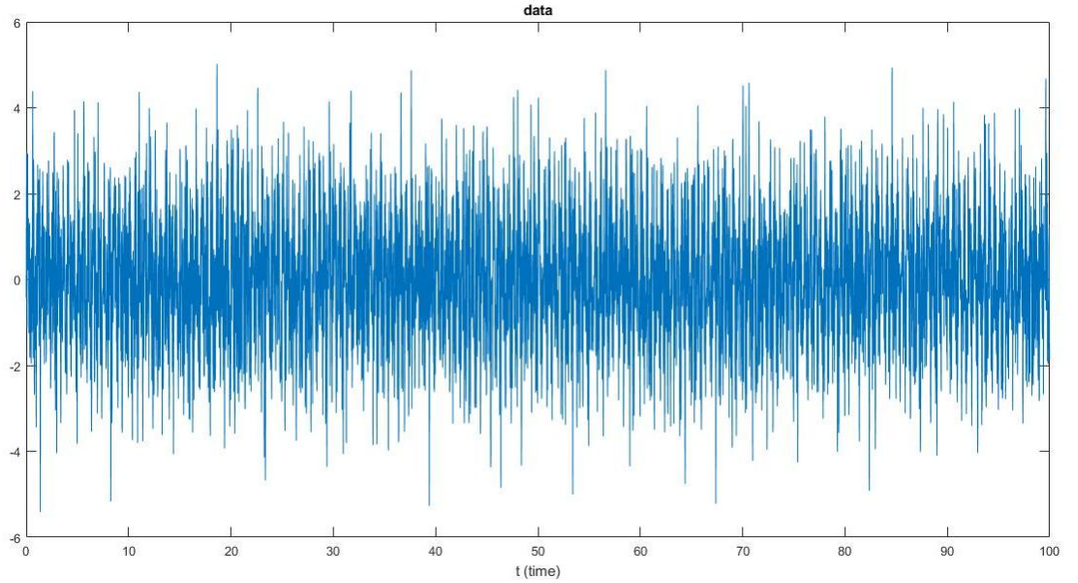
در این بخش از سوال فرکانس را برابر ۰.۰۲ در نظر میگیریم.



همانطور که میبینید ، شکل دوم با استفاده از تابع fftshift به مبدا منتقل شده است.

و در شکل سوم داده های داخل اکسل بر حسب زمان رسم شده اند





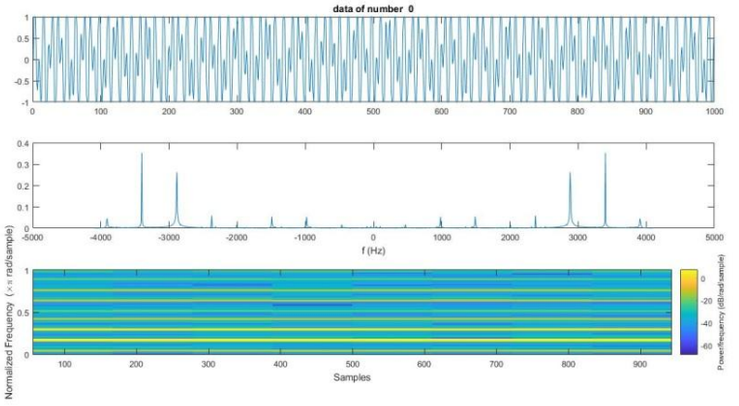
بخش چهارم :

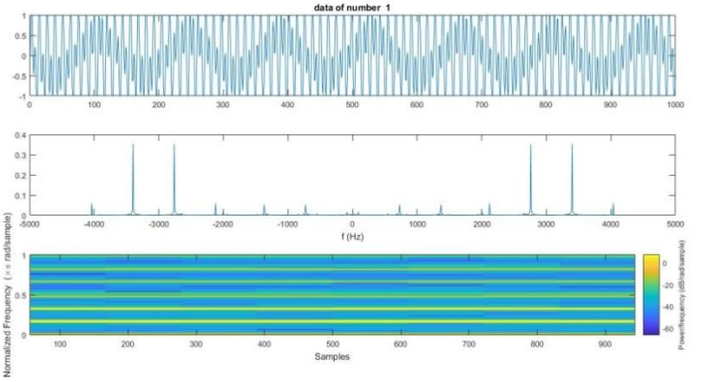
ابتدا با استفاده از تابع audioread داده های هر یک از صدا ها را در یک ماتریس ذخیره میکنیم . سپس در مرحله بعد ، fft هر یک از ماتریس ها را محاسبه کرده و به صورت نرمال شده ، در متغیری دیگر ذخیره میکنیم .

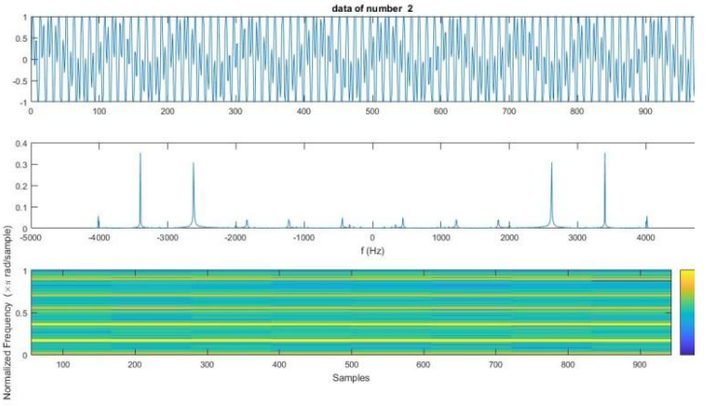
حالا با استفاده از تابع chartdarawer که در پایان برنامه کد آن موجود است ، سه شکل که مربوط به صدا های موجود هستند را رسم میکنیم .نمودار اول داده های سیگنال هر صدا را رسم میکند ، نمودار دوم مربوط به fft هر سیگنال است و نمودار سوم نشاندهنده ی spectrogram میباشد .

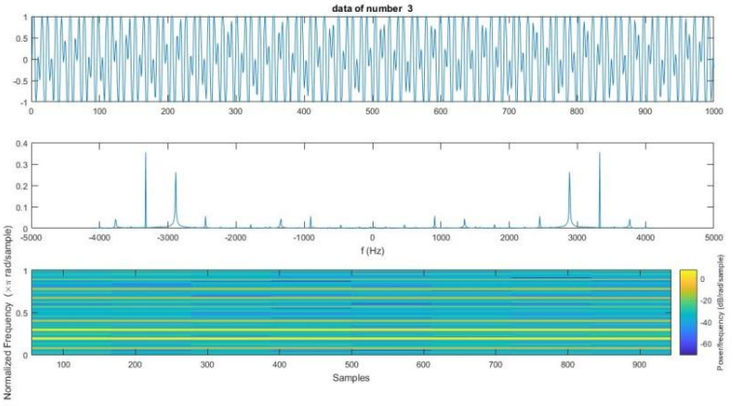
در بخش آخر صدای یک شماره ی تلفن همراه را با استفاده از داده های موجود برای هر شماره و گذاشتن فاصله بین هر شماره با استفاده از تابع zeros ، تولید میکنیم ؛ و آن را با استفاده از تابع audiowrite تبدیل به صدا میکنیم .

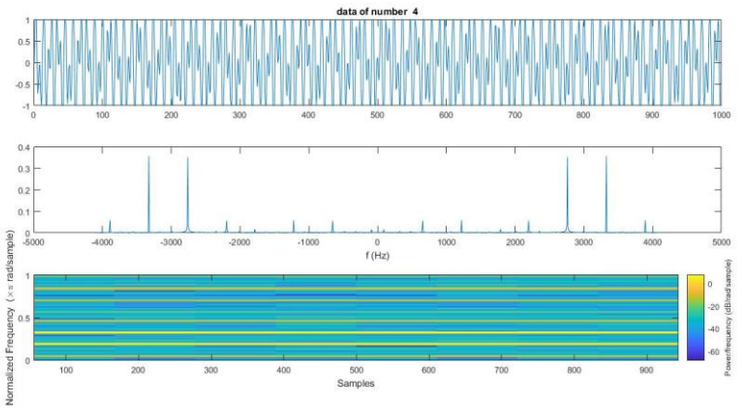
در ادامه سه نمودار مربوط به هر صدا و عدد را مشاهده میکنید :

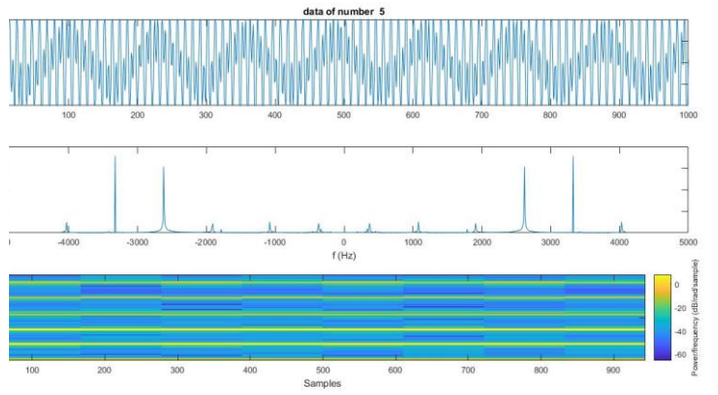


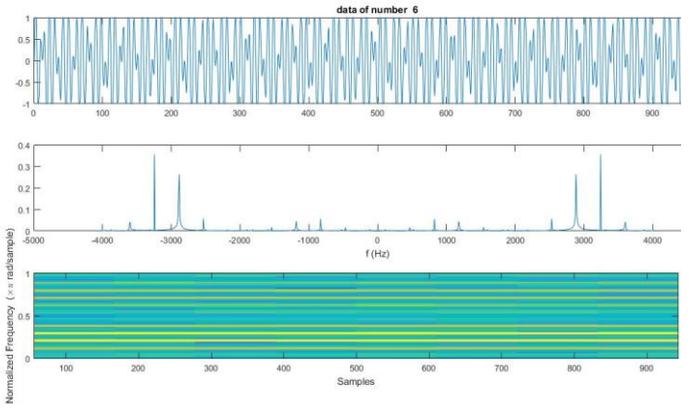


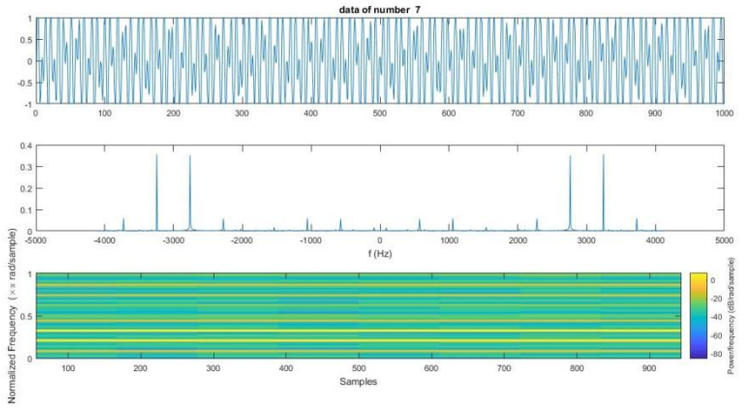


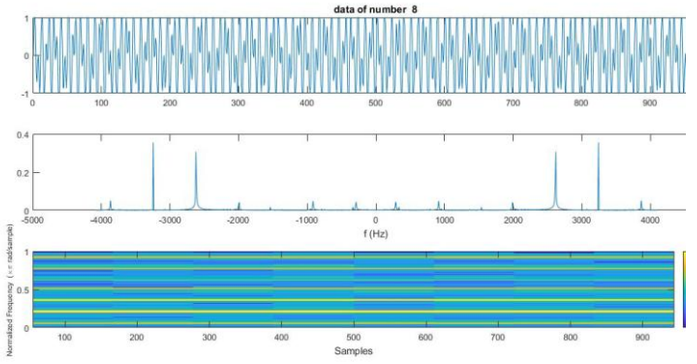


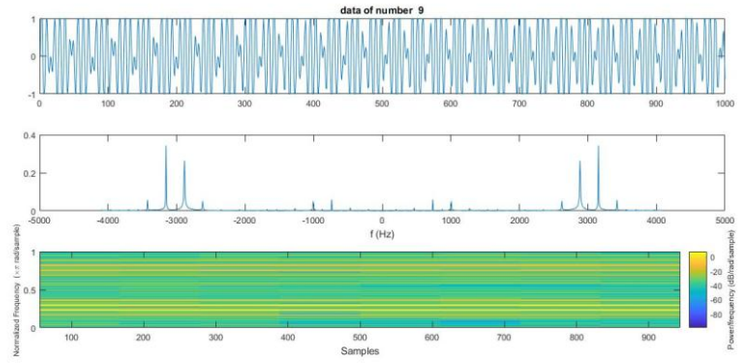












صدای مربوط به شماره موبایل تولید شده در فایل صوتی به نام phone_number ذخیره شده و در فایل ارسالی قرار دارد.

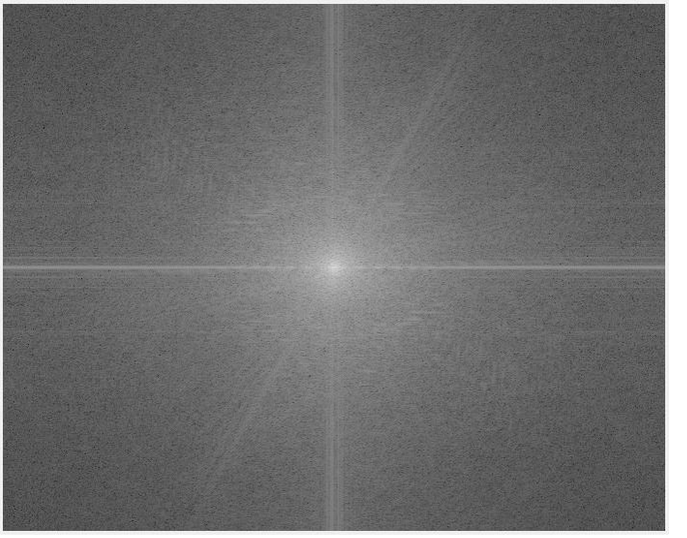
بخش پنجم :

ابتدا با استفاده از تابع imread همه ی عکس ها را تبدیل به ماتریس میکنیم . سپس با استفاده از تابع rgb2gray ماتریس سه بعدی حاصل را برای هر عکس تبدیل به دو بعدی میکنیم.

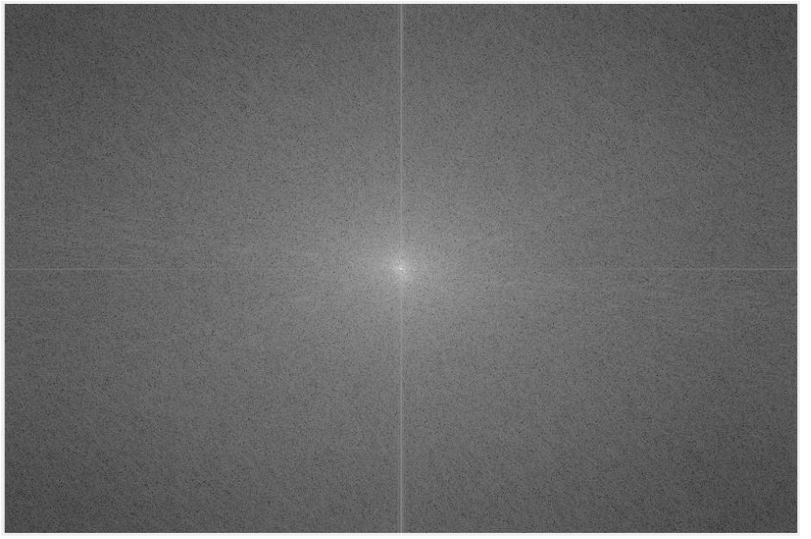
از ماتریس های دو بعدی حاصل fft2 میگیریم تا تبدیل به حالت فرکانسی شوند . بعد از آن هر یک از ماتریس های به دست آمده را با fftshift به مبدا منتقل میکنیم و سپس از آن لگاریتم میگیریم .

حالا با استفاده از mat2gray ماتریس های خاکستری به دست آمده را نرمال میکنیم و نتایج را در نهایت رسم میکنیم .

نمونه ای از عکس های خاکستری به دست آمده را در زیر مشاهده میکنیم :



Africa



bird

در قسمت image compressing با توجه به کد های نوشته شده ، max(max(abs(g_img))) نشان دهنده بزرگترین مقدار ماتریس خاکستری میباشد.

برای به دست آوردن count یکی یکی درایه های موجود در ماتریسelimination_matrix را چک میکنیم و اگر برابر یک بود ، یک عدد به count اضافه میکنیم.